**Paper Type: Original Article**

Efficiency of Hybrid Two-Stage Network in Fuzzy Data Envelopment Analysis

Esmat Noroozi**Department of Mathematics, East Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran; esnoroozi55@yahoo.com.***Citation:**

Noroozi, E. (2024). Efficiency of hybrid two-stage network in fuzzy data envelopment analysis. *Management sciences and decision analysis*, 2(2), 155–163.

Received: 01/04/2024

Reviewed: 16/05/2024

Revised: 15/06/2024

Accepted: 22/08/2024

Abstract

Purpose: This study aims to examine the effect of business intelligence and data analytics capabilities on improving decision-making and organizational performance. Given the increasing importance of data in competitive environments, organizations need to employ BI and analytics tools to make faster and more accurate decisions.

Methodology: This research is descriptive–survey in nature. Data were collected using a standard questionnaire distributed among managers and experts in IT-related organizations. Structural Equation Modeling with SmartPLS software was used to test the hypotheses and analyze the relationships among variables.

Findings: The results revealed that business intelligence has a significant positive impact on data analytics capabilities, and both variables directly and indirectly improve decision-making quality and organizational performance. It was also found that proper utilization of data analytics strengthens the effect of business intelligence on organizational performance.

Originality/Value: The novelty of this study lies in developing a comprehensive model that explains the simultaneous role of business intelligence and data analytics in enhancing decision-making and organizational performance. This study not only extends the theoretical foundations in the field of information systems but also provides practical guidance for managers to make effective investments in BI and analytics.

Keywords: Business intelligence, Data analytics, Decision-making, Organizational performance, Structural equation modeling.



Corresponding Author: esnoroozi55@yahoo.com

<https://doi.org/10.22105/msda.v2i2.110>

Licensee. **Management Sciences and Decision Analysis**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



کارایی شبکه دومرحله‌ای ترکیبی در تحلیل پوششی داده‌های فازی

عصمت نوروزی*

گروه ریاضی، واحد تهران شرق، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

چکیده

هدف: این پژوهش با هدف بررسی تاثیر هوش تجاری و قابلیت‌های تحلیل داده بر بهبود تصمیم‌گیری و عملکرد سازمانی انجام شده است. با توجه به اهمیت روزافزون داده‌ها در محیط‌های رقابتی، سازمان‌ها نیازمند بهره‌گیری از ابزارهای هوش تجاری و تحلیل داده هستند تا بتوانند تصمیم‌های سریع‌تر و دقیق‌تری اتخاذ کنند.

روش‌شناسی پژوهش: این تحقیق از نوع توصیفی-پیمایشی است. داده‌ها از طریق پرسشنامه استاندارد بین مدیران و کارشناسان سازمان‌های فعال در حوزه فناوری اطلاعات جمع‌آوری شد. برای آزمون فرضیات و تحلیل روابط بین متغیرها از مدل‌سازی معادلات ساختاری و نرم‌افزار *SmartPLS* استفاده گردید.

یافته‌ها: نتایج نشان داد هوش تجاری تاثیر مثبت و معناداری بر قابلیت‌های تحلیل داده دارد و این دو متغیر به صورت مستقیم و غیرمستقیم موجب ارتقای کیفیت تصمیم‌گیری و بهبود عملکرد سازمانی می‌شوند. همچنین مشخص شد که بهره‌گیری صحیح از تحلیل داده می‌تواند اثربخشی هوش تجاری بر عملکرد سازمانی را تقویت کند.

اصالت/ارزش افزوده علمی: نوآوری این تحقیق در ارائه مدلی جامع است که نقش هم‌زمان هوش تجاری و تحلیل داده را در بهبود تصمیم‌گیری و عملکرد سازمانی تبیین می‌کند. این مطالعه علاوه بر گسترش مبانی نظری در حوزه سیستم‌های اطلاعاتی، راهنمای عملی مناسبی برای مدیران سازمان‌ها در جهت سرمایه‌گذاری مؤثر بر هوش تجاری و تحلیل داده ارائه می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: هوش تجاری، تحلیل داده، تصمیم‌گیری، عملکرد سازمانی، مدل‌سازی معادلات ساختاری.

۱- مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها^۱ یک روش غیرپارامتری است که کارایی نسبی واحدهایی که دارای ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه هستند، را اندازه‌گیری می‌کند و امروزه با تکیه بر قابلیت‌ها و توانمندی‌های منحصر به فرد، به عنوان یک ابزاری توانمند در مدیریت عملکرد شناخته می‌شود. در حقیقت این تکنیک به مجموعه‌ای از مدل‌ها اشاره دارد که می‌توانند به قسمت عمده‌ای از نیازهای مطرح در ارزیابی عملکرد موسسات پاسخ دهند و امروزه نیز همچنان، پوشش مسایل و نیازهای مدیریت عملکرد، یکی از اهداف استراتژیک در ادبیات تحلیل پوششی داده‌ها به حساب می‌آید. ایده اولیه تحلیل پوششی داده‌ها برای اولین بار در سال ۱۹۵۷ توسط فارل ارایه شد. پس از آن چارنز، کوپر و رودز در سال ۱۹۷۸ مدل *CCR* [1] را معرفی کردند تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها در سال ۱۹۸۴ توسط بنکر و همکاران توسعه یافت و مدل *BCC* معرفی گردید [2]. مدل‌های *CCR* و *BCC* به مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها معروف می‌باشند. سادگی فهم و اجرای روش تحلیل پوششی داده‌ها و در کنار آن دقت بالا و کاربرد

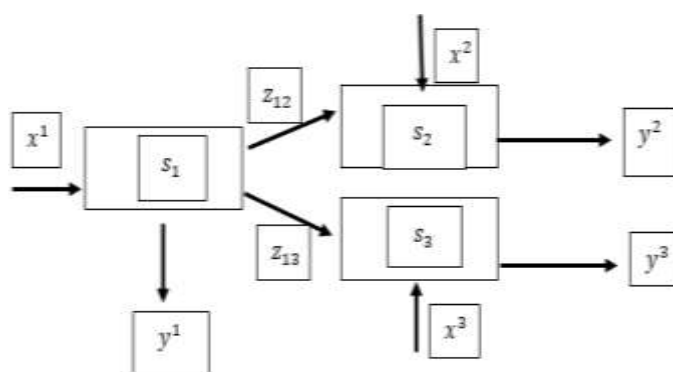
¹ Data Envelopment Analysis (DEA)

وسیع آن در زمینه‌های مختلف باعث شده است که مدل‌های متعددی همچون مدل جمعی^۱، مدل ضربی^۲ و... در تحلیل پوششی داده‌ها مطرح گردیده است. به مرور زمان پژوهشگران متوجه این شدند که یکی از اشکالات این مدل‌های کلاسیک، نادیده گرفتن فعالیت‌های درون ساختاری و مرتبط موجود بین اجزای تشکیل دهنده واحد تحت ارزیابی است [3]. لذا برای حل این مشکل پژوهشگران در پی مدل‌هایی شدند که بتوانند عملکرد کلی و عملکرد هر یک از زیرواحدها را ارزیابی کنند.

برای اولین بار فار و گراسکوف در سال ۱۹۹۶ با ارایه ساختار چندبخشی برای یک واحد، ساختارهای شبکه‌ای را مدل‌بندی کرده [4] و در مقاله بعدی در سال ۲۰۰۰ کار خود را تکمیل کردند. اما آن‌چه مهم بود که در آن زمان مدل‌های موجود برای محاسبه بهره‌وری دو زیرفرآیند، هیچ ارتباطی بین مولفه‌های تشکیل دهنده و کل سیستم را نشان نمی‌داد. پس از آن برای رفع این مشکل نظریات زیادی توسط محققان ارایه شد. بسیاری از مسایل واقعی که به وسیله مدل‌های برنامه‌ریزی خطی فرموله می‌شوند [5]، ممکن است نوعی عدم قطعیت در برخی پارامترهای مدل موجود باشد و این ابهام می‌تواند از نوع احتمالی نباشد یا صریحا پارامترهای مدل با اعداد فازی بیان شود. منطق فازی اولین بار توسط پروفیسور لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ میلادی مطرح گردید [6]. واژه فازی به معنای غیر دقیق و مبهم است. منطق فازی در ابتدا به عنوان روشی برای پردازش اطلاعات معرفی شد که عضوهای یک مجموعه علاوه بر دو حالت قطعی عضو بودن و نبودن حالت بین این دو را نیز تعریف می‌کردند. اصولا در هر زمینه‌ای که به جای کمیت‌های عددی دقیق با کمیت‌های غیردقیق سر و کار داریم ردپایی از علم فازی است. در حالاتی که با کمیت‌های عددی غیردقیق مواجه‌ایم به صورت اعداد فازی صورت‌بندی می‌کنیم. نخستین فرمول‌بندی مساله برنامه‌ریزی خطی فازی توسط زیمرمن مطرح شد [7]. پس از آن مدل‌های مختلفی در زمینه فازی ارایه شد. لذا بسیاری از محققان توجه خود را به مدل‌های شبکه DEA با داده‌های فازی معطوف کردند. در این مقاله، مدل‌هایی به منظور محاسبه کارایی فازی واحدهای تصمیم‌گیرنده در یک سیستم شبکه فازی دو مرحله‌ای ترکیبی ارایه خواهد شد. در ارایه مدل‌های مذکور از مدل‌های مقاله وانگ و همکاران [8] استفاده شده است.

۲- اندازه‌گیری کارایی بازه‌ای در یک شبکه دو مرحله‌ای ترکیبی

نوروزی و صرفی یک مدل جدید به منظور ارزیابی کارایی بازه‌ای یک ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای برای اندازه‌گیری عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده^۳ ارایه کردند [9]. شبکه در نظر گرفته شده در این مقاله از نوع ترکیبی و شامل سه فرآیند می‌باشد.



شکل ۱- یک شبکه دو مرحله‌ای ترکیبی.

Figure 1- A hybrid two-stage network.

برای سیستم شبکه شکل ۱ نیز مانند سایر سیستم‌های شبکه می‌توان مدل‌هایی با تفاسیر متفاوت برای ارزیابی کارایی سیستم ارایه کرد. در مطالعه حاضر، مدل کسری زیر مقدار بهینه تابع هدف، کارایی سیستم را نشان می‌دهد.

¹ Additive model

² Multiplicative model

³ Decision Making Units (DMUs)

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \frac{U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3}{V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3} \\
 & \text{S.t.} \\
 & \frac{U_1 Y_j^1 + U_2 Y_j^2 + U_3 Y_j^3}{V_1 X_j^1 + V_2 X_j^2 + V_3 X_j^3} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_3 Y_j^3}{V_3 X_j^3 + W_{13} Z_j^{13}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n. \quad (۱)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\varepsilon} \\
 & \text{Max} \quad U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3 \\
 & \text{S.t.} \\
 & V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3 = 1 \\
 & U_1 Y_j^1 + U_2 Y_j^2 + U_3 Y_j^3 - V_1 X_j^1 + V_2 X_j^2 + V_3 X_j^3 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad (۱-۱) \\
 & U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13} - V_1 X_j^1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad (۲-۱) \\
 & U_2 Y_j^2 - V_2 X_j^2 - W_{12} Z_j^{12} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad (۳-۱) \\
 & U_3 Y_j^3 - V_3 X_j^3 + W_{13} Z_j^{13} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad (۴-۱) \\
 & U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\varepsilon}
 \end{aligned}$$

کارایی سیستم و کارایی فرایندهای ۱، ۲ و ۳ با روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned}
 E_s^* &= U_1^* Y_o^1 + U_2^* Y_o^2 + U_3^* Y_o^3. \\
 E_{P1}^* &= \frac{U_1^* Y_o^1 + W_{12}^* Z_o^{12} + W_{13}^* Z_o^{13}}{V_1^* X_o^1}. \\
 E_{P2}^* &= \frac{U_2^* Y_o^2}{V_2^* X_o^2 + W_{12}^* Z_o^{12}}. \\
 E_{P3}^* &= \frac{U_3^* Y_o^3}{V_3^* X_o^3 + W_{13}^* Z_o^{13}}.
 \end{aligned}$$

مشکلات عمده مدل‌های مضربی وجود جواب‌های بهینه چندگانه می‌باشد؛ لذا نویسندگان در این مقاله مدل‌هایی ارائه دادند که با حل آن‌ها می‌توان حداقل و حداکثر کارایی هر فرایند که متناظر با جواب‌های بهینه دگر این مدل (۱) می‌باشد را محاسبه کند. با فرض $E_{P2}^* \in [a_2, b_2]$ و $E_{P3}^* \in [a_3, b_3]$ می‌توان کران‌های بالا و پایین این بازه‌ها را با حل مدل‌هایی زیر به دست آورد.

$$b_1 = \text{Max} \quad \frac{U_1 Y_o^1 + W_{12} Z_o^{12} + W_{13} Z_o^{13}}{V_1 X_o^1}.$$

$$S.t. \quad \frac{U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3}{V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3} = E_s^*.$$

$$\frac{U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13}}{V_1 X_j^1} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n. \quad (2)$$

$$\frac{U_2 Y_j^2}{V_2 X_j^2 + W_{12} Z_j^{12}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\frac{U_3 Y_j^3}{V_3 X_j^3 + W_{13} Z_j^{13}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}$$

با استفاده از تبدیل چارنر کوپر [10]، مدل ۲ به مدل خطی زیر تبدیل می‌شود:

$$b_1 = \text{Max} \quad U_1 Y_o^1 + W_{12} Z_o^{12} + W_{13} Z_o^{13}.$$

$$S.t. \quad V_1 X_o^1 = 1.$$

$$U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3 - E_s^* (V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3) = 0.$$

$$U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13} - V_1 X_j^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_2 Y_j^2 - V_2 X_j^2 - W_{12} Z_j^{12} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_3 Y_j^3 - V_3 X_j^3 - W_{13} Z_j^{13} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}$$

به همین ترتیب b_2 و b_3 نیز به دست می‌آید.

$$b_2 = \text{Max} \quad U_2 Y_o^2$$

$$S.t. \quad V_2 X_o^2 + W_{12} Z_o^{12} = 1.$$

$$U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3 - E_s^* (V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3) = 0.$$

$$U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13} - V_1 X_j^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_2 Y_j^2 - V_2 X_j^2 - W_{12} Z_j^{12} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_3 Y_j^3 - V_3 X_j^3 - W_{13} Z_j^{13} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}$$

$$b_3, \text{Max} \quad U_3 Y_o^3$$

$$S.t. \quad V_3 X_o^3 + W_{13} Z_o^{13} = 1.$$

$$U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3 - E_s^* (V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3) = 0.$$

$$U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13} - V_1 X_j^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_2 Y_j^2 - V_2 X_j^2 - W_{12} Z_j^{12} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_3 Y_j^3 - V_3 X_j^3 - W_{13} Z_j^{13} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}$$

فرض کنید کارایی سیستم تابعی از کارایی فرایندها باشد، یعنی $E_s^* = f(E_{p1}^*, E_{p2}^*, E_{p3}^*)$. در حالت خاص می‌توان کارایی سیستم را به صورت ترکیب محدب کارایی فرایندها در نظر گرفت. مدل زیر را برای محاسبه a_1 (حداقل میزان کارایی فرایند (۱)) در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned}
a_1 = \text{Max} \quad & \frac{U_1 Y_o^1 + W_{12} Z_o^{12} + W_{13} Z_o^{13}}{V_1 X_o^1} \\
\text{S.t.} \quad & \frac{U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3}{V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3} = E_s^* \\
& \frac{U_2 Y_o^2}{V_2 X_o^2 + W_{12} Z_o^{12}} = b_2 \\
& \frac{U_3 Y_o^3}{V_3 X_o^3 + W_{13} Z_o^{13}} = b_3 \\
& \frac{U_1 Y_j^1 + U_2 Y_j^2 + U_3 Y_j^3}{V_1 X_j^1 + V_2 X_j^2 + V_3 X_j^3} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\
& \frac{U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13}}{V_1 X_j^1} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\
& \frac{U_2 Y_j^2}{V_2 X_j^2 + W_{12} Z_j^{12}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\
& \frac{U_3 Y_j^3}{V_3 X_j^3 + W_{13} Z_j^{13}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\
& U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}
\end{aligned}$$

پس از تبدیل چارنر کوپر [10]، مدل فوق به مدل خطی زیرتبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned}
a_1 = \text{Max} \quad & \frac{U_1 Y_o^1 + W_{12} Z_o^{12} + W_{13} Z_o^{13}}{V_1 X_o^1} \\
\text{S.t.} \quad & \frac{U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3}{V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3} = E_s^* \\
& \frac{U_2 Y_o^2}{V_2 X_o^2 + W_{12} Z_o^{12}} = b_2 \\
& \frac{U_3 Y_o^3}{V_3 X_o^3 + W_{13} Z_o^{13}} = b_3 \\
& \frac{U_1 Y_j^1 + U_2 Y_j^2 + U_3 Y_j^3}{V_1 X_j^1 + V_2 X_j^2 + V_3 X_j^3} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\
& \frac{U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13}}{V_1 X_j^1} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\
& \frac{U_2 Y_j^2}{V_2 X_j^2 + W_{12} Z_j^{12}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\
& \frac{U_3 Y_j^3}{V_3 X_j^3 + W_{13} Z_j^{13}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\
& U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}
\end{aligned}$$

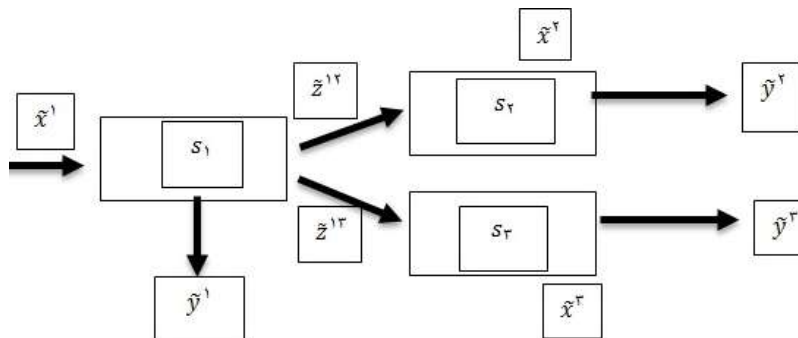
به همین ترتیب a_2 و a_3 نیز به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
a_2 = \text{Max} \quad & U_2 Y_o^2 \\
\text{S.t.} \quad & V_2 X_o^2 + W_{12} Z_o^{12} = 1 \\
& U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3 - E_s^*(V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3) = 0 \\
& U_1 Y_o^1 + W_{12} Z_o^{12} + W_{13} Z_o^{13} - b_1(V_1 X_o^1) = 0 \\
& U_3 Y_o^3 - b_3(V_3 X_o^3 + W_{13} Z_o^{13}) = 0 \\
& U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13} - V_1 X_j^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n. \\
& U_2 Y_j^2 - V_2 X_j^2 - W_{12} Z_j^{12} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n. \\
& U_3 Y_j^3 - V_3 X_j^3 - W_{13} Z_j^{13} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n. \\
& U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_3 &= \text{Max } U_3 Y_o^3. \\
 \text{s.t. } & V_3 X_o^3 + W_{13} Z_o^{13} = 1. \\
 & U_1 Y_o^1 + U_2 Y_o^2 + U_3 Y_o^3 - E_s^* (V_1 X_o^1 + V_2 X_o^2 + V_3 X_o^3) = 0. \\
 & U_1 Y_o^1 + W_{12} Z_o^{12} + W_{13} Z_o^{13} - b_1 (V_1 X_o^1) = 0. \\
 & U_2 Y_o^2 - b_2 (V_2 X_o^2 + W_{12} Z_o^{12}) = 0. \\
 & U_1 Y_j^1 + W_{12} Z_j^{12} + W_{13} Z_j^{13} - V_1 X_j^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n. \\
 & U_2 Y_j^2 - V_2 X_j^2 - W_{12} Z_j^{12} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n. \\
 & U_3 Y_j^3 - V_3 X_j^3 - W_{13} Z_j^{13} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n. \\
 & U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}
 \end{aligned}$$

۳- روش محاسبه کارایی در تحلیل پوششی داده های فازی

در این بخش مدل هایی برای محاسبه کارایی یک سیستم شبکه دو مرحله ای ترکیبی با ورودی ها و خروجی های فازی (شکل ۲) ارائه خواهد شد. در این سیستم $\tilde{X}^1 = (X^{l1}, X^{m1}, X^{u1})$ و $\tilde{Y}^1 = (Y^{l1}, Y^{m1}, Y^{u1})$ به ترتیب ورودی و خروجی (مستقل) فازی فرآیند اول می باشند. اما فرآیند اول دارای خروجی های فازی $\tilde{Z}^{12} = (Z^{l12}, Z^{m12}, Z^{u12})$ و $\tilde{Z}^{13} = (Z^{l13}, Z^{m13}, Z^{u13})$ نیز می باشد که به ترتیب به عنوان ورودی های فرآیند دوم و سوم در نظر گرفته می شوند. فرآیند دوم و سوم علاوه بر این ورودی ها که خروجی های فرآیند اول بوده و اندازه میانی نامیده می شوند، به ترتیب دارای ورودی های مستقل $\tilde{X}^2 = (X^{l2}, X^{m2}, X^{u2})$ و $\tilde{X}^3 = (X^{l3}, X^{m3}, X^{u3})$ نیز می باشند. $\tilde{Y}^2 = (Y^{l2}, Y^{m2}, Y^{u2})$ و $\tilde{Y}^3 = (Y^{l3}, Y^{m3}, Y^{u3})$ نیز به ترتیب خروجی های فرآیند دوم و سوم هستند.



شکل ۲- یک شبکه دو مرحله ای ترکیبی با ورودی ها و خروجی های فازی.

Figure 2- A two-stage hybrid network with fuzzy inputs and outputs.

مدل کسری (۳) برای ارزیابی کارایی مربوط به DMU_o در سیستم شبکه شکل ۱ ارائه شده است. مجموعه محدودیت (۱-۱) مربوط به کل سیستم و مجموعه محدودیت های (۱-۲) تا (۱-۴) به ترتیب مربوط به فرآیندهای اول، دوم و سوم می باشند.

$$\text{Max } \tilde{\theta}_o = \frac{U_1 \tilde{Y}_o^1 + U_2 \tilde{Y}_o^2 + U_3 \tilde{Y}_o^3}{V_1 \tilde{X}_o^1 + V_2 \tilde{X}_o^2 + V_3 \tilde{X}_o^3} \quad (3)$$

$$\text{s.t. } \frac{U_1 \tilde{Y}_j^1 + U_2 \tilde{Y}_j^2 + U_3 \tilde{Y}_j^3}{V_1 \tilde{X}_j^1 + V_2 \tilde{X}_j^2 + V_3 \tilde{X}_j^3} \leq \tilde{1} \quad j = 1, \dots, n \quad (1-3)$$

$$\frac{U_1 \tilde{Y}_j^1 + W_{12} \tilde{Z}_j^{12} + W_{13} \tilde{Z}_j^{13}}{V_1 \tilde{X}_j^1} \leq \tilde{1} \quad j = 1, \dots, n \quad (3-2)$$

$$\frac{U_2 \tilde{Y}_j^2}{V_2 \tilde{X}_j^2 + W_{12} \tilde{Z}_j^{12}} \leq \tilde{1} \quad j = 1, \dots, n \quad (3-3)$$

$$\frac{U_3 \tilde{Y}_j^3}{V_3 \tilde{X}_j^3 + W_{13} \tilde{Z}_j^{13}} \leq \tilde{1} \quad j = 1, \dots, n \quad (3-4)$$

$$U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon} \quad (3-5)$$

n تعداد واحد تصمیم گیرنده موجود و $\bar{\epsilon}$ برداری با تمام مولفه های برابر با ϵ (عددی غیر ارشمیدسی) است. برای حل مدل های تحلیل پوششی داده‌ها که شامل داده های فازی می باشند روش های متعددی ارائه شده است. روش ارائه شده توسط وانگ و همکاران [7] یکی از این روش ها است. در روش مذکور کارایی فازی به سه مولفه کران پایین کارایی، مقدار میانی و کران بالایی کارایی تفکیک می شود [11]. بنابراین، می توان کارایی هر واحد را به سه مولفه $(\theta_o^l, \theta_o^m, \theta_o^u)$ تفکیک نمود. $\theta_o^l, \theta_o^m, \theta_o^u$ به ترتیب نمایش دهنده کران پایین کارایی، اندازه میانی کارایی و کران بالای کارایی هستند. مدل (۳) را می توان به شکل مدل (۴) نوشت.

$$\bar{\theta}_o \approx [\theta_o^l, \theta_o^m, \theta_o^u] = \left[\frac{U_1 Y_o^{l1} + U_2 Y_o^{l2} + Y_o^{l3}}{V_1 X_o^{u1} + V_2 X_o^{u2} + V_3 X_o^{u3}}, \frac{U_1 Y_o^{m1} + U_2 Y_o^{m2} + Y_o^{m3}}{V_1 X_o^{m1} + V_2 X_o^{m2} + V_3 X_o^{m3}}, \frac{U_1 Y_o^{u1} + U_2 Y_o^{u2} + U_3 Y_o^{u3}}{V_1 X_o^{l1} + V_2 X_o^{l2} + V_3 X_o^{l3}} \right] \quad (4)$$

$$\text{S.t.} \quad \tilde{\theta}_j \approx [\theta_j^l, \theta_j^m, \theta_j^u] = \left[\frac{U_1 Y_j^{l1} + U_2 Y_j^{l2} + Y_j^{l3}}{V_1 X_j^{u1} + V_2 X_j^{u2} + V_3 X_j^{u3}}, \frac{U_1 Y_j^{m1} + U_2 Y_j^{m2} + Y_j^{m3}}{V_1 X_j^{m1} + V_2 X_j^{m2} + V_3 X_j^{m3}}, \frac{U_1 Y_j^{u1} + U_2 Y_j^{u2} + U_3 Y_j^{u3}}{V_1 X_j^{l1} + V_2 X_j^{l2} + V_3 X_j^{l3}} \right] \leq 1, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\tilde{\theta}_{p_{1j}} \approx [\theta_{p_{1j}}^l, \theta_{p_{1j}}^m, \theta_{p_{1j}}^u] = \left[\frac{U_1 Y_j^{l1} + W_{12} Z_j^{l12} + W_{13} Z_j^{l13}}{V_1 X_j^{u1}}, \frac{U_1 Y_j^{m1} + W_{12} Z_j^{m12} + W_{13} Z_j^{m13}}{V_1 X_j^{m1}}, \frac{U_1 Y_j^{u1} + W_{12} Z_j^{u12} + W_{13} Z_j^{u13}}{V_1 X_j^{l1}} \right] \leq 1, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\tilde{\theta}_{p_{2j}} \approx [\theta_{p_{2j}}^l, \theta_{p_{2j}}^m, \theta_{p_{2j}}^u] = \left[\frac{U_2 Y_j^{l2}}{V_2 X_j^{u2} + W_{12} Z_j^{u12}}, \frac{U_2 Y_j^{m2}}{V_2 X_j^{m2} + W_{12} Z_j^{m12}}, \frac{U_2 Y_j^{u2}}{V_2 X_j^{l2} + W_{12} Z_j^{l12}} \right] \leq 1 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\tilde{\theta}_{p_{3j}} \approx [\theta_{p_{3j}}^l, \theta_{p_{3j}}^m, \theta_{p_{3j}}^u] = \left[\frac{U_3 Y_j^{l3}}{V_3 X_j^{u3} + W_{13} Z_j^{u13}}, \frac{U_3 Y_j^{m3}}{V_3 X_j^{m3} + W_{13} Z_j^{m13}}, \frac{U_3 Y_j^{u3}}{V_3 X_j^{l3} + W_{13} Z_j^{l13}} \right] \leq 1 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\epsilon}$$

مادامی که $\theta_{p_{3j}}^u \leq 1$ و $\theta_{p_{2j}}^u \leq 1$ ، $\theta_{p_{1j}}^u \leq 1$ ، $\tilde{\theta}_j \leq 1$ به ترتیب $\theta_{p_{3j}}^u \leq 1$ و $\theta_{p_{2j}}^u \leq 1$ ، $\theta_{p_{1j}}^u \leq 1$ ، $\theta_j^u \leq 1$ ، $\theta_j^m \leq 1$ و $\theta_j^l \leq 1$ برقرار خواهند بود. بنابراین، مدل (۴) را می توان به صورت مدل (۵) نوشت.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad \bar{\theta}_o \approx [\theta_o^l, \theta_o^m, \theta_o^u] &= \left[\frac{U_1 Y_o^{l1} + U_2 Y_o^{l2} + Y_o^{l3}}{V_1 X_o^{u1} + V_2 X_o^{u2} + V_3 X_o^{u3}}, \frac{U_1 Y_o^{m1} + U_2 Y_o^{m2} + Y_o^{m3}}{V_1 X_o^{m1} + V_2 X_o^{m2} + V_3 X_o^{m3}}, \frac{U_1 Y_o^{u1} + U_2 Y_o^{u2} + U_3 Y_o^{u3}}{V_1 X_o^{l1} + V_2 X_o^{l2} + V_3 X_o^{l3}} \right]. \\ \text{S.t.} \quad \frac{U_1 Y_j^{u1} + U_2 Y_j^{u2} + U_3 Y_j^{u3}}{V_1 X_j^{l1} + V_2 X_j^{l2} + V_3 X_j^{l3}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\ \frac{U_1 Y_j^{u1} + W_{12} Z_j^{u12} + W_{13} Z_j^{u13}}{V_1 X_j^{l1}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\ \frac{U_2 Y_j^{u2}}{V_2 X_j^{l2} + W_{12} Z_j^{l12}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\ \frac{U_3 Y_j^{u3}}{V_3 X_j^{l3} + W_{13} Z_j^{l13}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\ U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} &\geq \bar{\epsilon} \end{aligned} \quad (5)$$

مدل (۵) را می‌توان به مدل‌های (۶) تا (۸) تفکیک نمود که به ترتیب برای محاسبه θ_o^l ، θ_o^m و θ_o^u ارایه می‌شوند.

$$\begin{aligned}
 \theta_o^l &= \text{Max} \quad \frac{U_1 Y_o^{l1} + U_2 Y_o^{l2} + Y_o^{l3}}{V_1 X_o^{u1} + V_2 X_o^{u2} + V_3 X_o^{u3}} & (6) \\
 \text{S.t.} \quad & \frac{U_1 Y_j^{u1} + U_2 Y_j^{u2} + Y_j^{u3}}{V_1 X_j^{l1} + V_2 X_j^{l2} + V_3 X_j^{l3}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_1 Y_j^{u1} + W_{12} Z_j^{u12} + W_{13} Z_j^{u13}}{V_1 X_j^{l1}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_2 Y_j^{u2}}{V_2 X_j^{l2} + W_{12} Z_j^{l12}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_3 Y_j^{u3}}{V_3 X_j^{l3} + W_{13} Z_j^{l13}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\varepsilon}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_o^m &= \text{Max} \quad \frac{U_1 Y_o^{m1} + U_2 Y_o^{m2} + Y_o^{m3}}{V_1 X_o^{m1} + V_2 X_o^{m2} + V_3 X_o^{m3}} & (7) \\
 \text{S.t.} \quad & \frac{U_1 Y_j^{u1} + U_2 Y_j^{u2} + Y_j^{u3}}{V_1 X_j^{l1} + V_2 X_j^{l2} + V_3 X_j^{l3}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_1 Y_j^{u1} + W_{12} Z_j^{u12} + W_{13} Z_j^{u13}}{V_1 X_j^{l1}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_2 Y_j^{u2}}{V_2 X_j^{l2} + W_{12} Z_j^{l12}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_3 Y_j^{u3}}{V_3 X_j^{l3} + W_{13} Z_j^{l13}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\varepsilon}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_o^u &= \text{Max} \quad \frac{U_1 Y_o^{u1} + U_2 Y_o^{u2} + Y_o^{u3}}{V_1 X_o^{l1} + V_2 X_o^{l2} + V_3 X_o^{l3}} & (8) \\
 \text{S.t.} \quad & \frac{U_1 Y_j^{u1} + U_2 Y_j^{u2} + Y_j^{u3}}{V_1 X_j^{l1} + V_2 X_j^{l2} + V_3 X_j^{l3}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_1 Y_j^{u1} + W_{12} Z_j^{u12} + W_{13} Z_j^{u13}}{V_1 X_j^{l1}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_2 Y_j^{u2}}{V_2 X_j^{l2} + W_{12} Z_j^{l12}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & \frac{U_3 Y_j^{u3}}{V_3 X_j^{l3} + W_{13} Z_j^{l13}} \leq 1 & j = 1, \dots, n. \\
 & U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3, W_{12}, W_{13} \geq \bar{\varepsilon}
 \end{aligned}$$

با حل مدل‌های (6) تا (8) مقادیر θ_o^{*l} ، θ_o^{*m} و θ_o^{*u} به دست می‌آیند. در نتیجه کارایی سیستم شبکه مورد نظر به صورت عدد فازی $\tilde{\theta}_o^* \approx [\theta_o^{*l}, \theta_o^{*m}, \theta_o^{*u}]$ محاسبه می‌شود.

۴- مثال عددی

این بخش مدل‌های ارایه شده برای یک مدل شبکه با مقادیر ورودی‌ها، اندازه‌های میانی و خروجی‌ها مطابق با جدول (۱) به کار برده شده است.

جدول ۱- داده‌های مربوط به مثال عددی.

Table 1- Data related to the numerical example.

	DMU ₁	DMU ₂	DMU ₃	DMU ₄	DMU ₅
$\tilde{X}^1$	(2,4,5)	(1,1,1)	(1,2,4)	(1,2,3)	(2,2,2)
$\tilde{X}^2$	(1,2,4)	(3,6,7)	(6,8,9)	(2,4,5)	(1,4,6)
$\tilde{X}^3$	(1,2,3)	(2,2,2)	(2,3,4)	(6,7,8)	(2,3,5)

جدول ۱- ادامه.

Table 1- Continued.

	DMU ₁	DMU ₂	DMU ₃	DMU ₄	DMU ₅
$\tilde{Z}^{12}$	(2,2,2)	(2,3,4)	(6,7,8)	(1,2,3)	(5,6,7)
$\tilde{Z}^{13}$	(1,4,5)	(6,8,9)	(3,5,6)	(2,2,2)	(2,3,4)
$\tilde{Y}^1$	(5,6,7)	(1,2,3)	(6,7,9)	(2,4,6)	(2,4,5)
$\tilde{Y}^2$	(1,3,4)	(2,2,2)	(4,5,6)	(3,3,3)	(6,8,9)
$\tilde{Y}^3$	(6,7,9)	(8,9,10)	(8,9,11)	(3,4,5)	(5,6,7)

با حل مدل‌های (۶) تا (۸) کارایی فازی هریک از واحدهای تصمیم گیرنده به شکل زیر به دست می آید.

$$\theta_{DMU_1} = (0.222222, 0.388888, 1.000000).$$

$$\theta_{DMU_2} = (0.444444, 0.500000, 0.555555).$$

$$\theta_{DMU_3} = (0.222222, 0.388888, 0.999999).$$

$$\theta_{DMU_4} = (0.074074, 0.222222, 0.666666).$$

$$\theta_{DMU_5} = (0.195652, 0.272727, 0.999999).$$

۵- نتیجه گیری

امروزه با توجه به اهمیت داده های غیر قطعی و سیستم های شبکه در مسایل واقعی، به کار گرفتن سیستم های شبکه شامل داده های غیر قطعی امری اجتناب ناپذیر است. آنچه که در مقاله حاضر مورد توجه قرار گرفته است یک سیستم شبکه دو مرحله ای ترکیبی است. روش ارایه شده قادر به محاسبه کارایی فازی واحدهای تصمیم گیرنده در چنین سیستمی می باشد. بدین منظور سه مدل برنامه ریزی خطی مختلف برای محاسبه کران پایین، اندازه میانی و کران بالای کارایی واحدهای تصمیم گیرنده حل می شود و در نهایت یک اندازه کارایی به شکل عدد فازی برای هر یک از واحدها به دست می آید. همچنین مدل های موجود در مقاله حاضر برای محاسبه کارایی در یک مثال عددی به کار گرفته شده است. در روش ارایه شده از مدل های موجود در مقاله وانگ و همکاران استفاده شده است.

منابع

- [1] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429–444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- [2] Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078–1092. <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>
- [3] Ostovan, S., Mozaffari, M. R., Jamshidi, A., & Gerami, J. (2020). Evaluation of two-stage networks based on average efficiency using DEA and DEA-R with fuzzy data. *International journal of fuzzy systems*, 22(5), 1665–1678. <https://doi.org/10.1007/s40815-020-00896-9>
- [4] Färe, R., & Grosskopf, S. (1997). Intertemporal production frontiers: With dynamic DEA. *Journal of the operational research society*, 48(6), 656. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600779>
- [5] Hamidzadeh, F., Pishvae, M. S., & Zarrinpoor, N. (2024). A novel two-stage network data envelopment analysis model for kidney allocation problem under medical and logistical uncertainty: A real case study. *Health care management science*, 27(4), 555–579. <https://doi.org/10.1007/s10729-024-09683-6>
- [6] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338–353. [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
- [7] Zimmermann, H. J. (1975). Description and optimization of fuzzy systems. *International journal of general system*, 2(1), 209–215. <https://doi.org/10.1080/03081077508960870>
- [8] Wang, Y. M., Luo, Y., & Liang, L. (2009). Fuzzy data envelopment analysis based upon fuzzy arithmetic with an application to performance assessment of manufacturing enterprises. *Expert systems with applications*, 36(3), 5205–5211. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.06.102>
- [9] Hatami-Marbini, A., Saati, S., & Sajadi, S. M. (2018). Efficiency analysis in two-stage structures using fuzzy data envelopment analysis. *Central european journal of operations research*, 26(4), 909–932. <https://doi.org/10.1007/s10100-018-0545-8>
- [10] Cooper. (1962). Programming with linear fractional functionals. *Naval research logistics quarterly*, 9(3), 181–186. <https://doi.org/10.1002/nav.3800090303>
- [11] Amirteimoori, A., Azizi, H., & Kordrostami, S. (2020). Double frontier two-stage fuzzy data envelopment analysis. *International journal of uncertainty, fuzziness and knowledge-based systems*, 28(01), 117–152. <https://doi.org/10.1142/S0218488520500063>